

Lista 1: Kinematyka punktu materialnego

- Zadanie 1. Dwóch pływaków A i B skacze jednocześnie do rzeki, w której woda płynie ze stałą prędkością o wartości v . Wartość prędkości v_p ($v_p > v$) każdego pływaka względem wody jest taka sama i stała w czasie. Pływak A przepływa z prądem rzeki odległość L i zawraca do punktu startu. Pływak B płynie prostopadłe do brzegów rzeki (pomimo znoszącego go prądu) i oddala się na odległość L , po czym zawraca do punktu startu. Który z nich wróci pierwszy? Zbadaj, jak zależą czasy trwania przepływu dla pływaka A i B w przypadku $v \ll v_p$.
- Zadanie 2. Rakietę o masie M wznosi się z powierzchni ziemi pionowo do góry. Na wysokości h_o rakietę ma wartość prędkości v_o , wtedy od rakiety odpada pusty zbiornik paliwa o masie m . Ruch zbiornika jest opisany następującym równaniem $y(t) = h_o + v_o t - gt^2/2$. Pomiń opór powietrza. (a) Oblicz czas po którym zbiornik znajdzie się z powrotem na ziemi. (b) Oblicz wartość prędkości z jaką zbiornik spadł na powierzchnię ziemi. (c) Oblicz maksymalną wysokość na jaką wzniósł się zbiornik.
- Zadanie 3. Kamień rzucono pod kątem α do poziomu, nadając mu prędkość początkową o wartości v_o . Ruch kamienia jest opisany jako $\vec{r}(t) = [(v_o \cos \alpha)t] \hat{i} + [(v_o \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}] \hat{j}$, w kartezjańskim układzie współrzędnych, przy czym t - czas, a g - przyspieszenie ziemskie. Pomiń opór powietrza. (a) Wyznacz i narysuj tor ruchu kamienia. (b) Oblicz składowe wektora prędkości i jego wartość. (c) Oblicz składowe wektora przyspieszenia i jego wartość. (d) Oblicz czas po jakim kamień osiągnie maksymalną wysokość. (e) Oblicz czas trwania ruchu i zasięg rzutu z . (f) Oblicz czas jaki jest potrzebny aby kamień osiągnął wysokość h . (g) Oblicz przyspieszenie styczne i normalne. (h) Kamień uderza w pionową ścianę, stojącą w odległości d ($d > z/2$) od miejsca rzutu. Wyznacz współrzędne punktu uderzenia. Oblicz składowe wektora prędkości w chwili uderzenia. Przyjmij $v_o = 100$ km/h, $\alpha = 18^\circ$, $d = 30$ m.
- Zadanie 4. Cząstka o masie m porusza się po okręgu (o środku O i promieniu R) ze stałą prędkością. Okrąg leży w płaszczyźnie xy , a w chwili $t = 0$ s cząstka znajduje się na osi OX . Położenie cząstki można opisać wyrażeniem $\vec{r}(t) = R \cos(\omega t) \hat{i} + R \sin(\omega t) \hat{j}$, przy czym ω - stała wartość. (a) Wyznacz wektory: prędkości i przyspieszenia cząstki. (b) Określ wartość i kierunek wektora przyspieszenia. (c) Oblicz wartości przyspieszeń: stycznego i dośrodkowego?
- Zadanie 5. Koło o promieniu r toczy się ruchem jednostajnym po prostej, wykonując w czasie T pełny obrót. (a) Wyznacz równania ruchu punktu leżącego na obwodzie koła w kartezjańskim układzie odniesienia. Zapisz równanie toru ruchu tego punktu. (b) Wyznacz zależność wartości prędkości i przyspieszenia od czasu ruchu. (c) Oblicz promień krzywizny toru.
- Zadanie 6. Kolistą tarczę o promieniu R wiruje wokół swojej osi ze stałą prędkością kątową ω . Ze środka tarczy wyrusza biedronka, porusza się ona wzdłuż wybranego promienia ze stałą prędkością v_o . Wyznacz: (a) równania parametryczne toru ruchu i równanie toru ruchu we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych; (b) wektor prędkości i przyspieszenia biedronki we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych; (c) zależność od czasu składowych przyspieszenia: stycznego i normalnego; (d) wartość promienia krzywizny toru.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

- Z.1 Punkt materialny o masie m porusza się wzdłuż osi OX przy czym współrzędna położenia opisana jest następującą zależnością $x(t) = 3 - 4t + t^2$ [m] (t -w sekundach). Dokonaj analizy ruchu tej cząstki tj.: (a) dla pierwszych czterech sekund ruchu wykonaj wykres zależności położenia od czasu; określ chwilę czasu w której cząstka zmieni kierunek ruchu; (b) oblicz współrzędną prędkości v_x oraz wartość prędkości; wykonaj wykresy tych zależności w przedziale od 0 s do 4 s ruchu, wyznacz długość drogi jaką przebyła cząstka w tym przedziale czasu; (c) oblicz średnią wartość prędkości oraz średnią wartość współrzędnej prędkości v_x w przedziale czasu od 0 s do 4 s ruchu; (d) oblicz współrzędną przyspieszenia a_x , wykonaj wykresy tej zależności od 0 s do 4 s ruchu.

- Z.2 Dwa ciała zostały wyrzucone pionowo do góry z jednego punktu z tą samą prędkością początkową v_o w odstępie czasu Δt . Po jakim czasie (licząc od chwili wyrzucenia pierwszego ciała) i na jakiej wysokości ciała te spotkają się? Ruch ciała wyrzuconego pionowo do góry jest opisany następującym równaniem $y(t) = v_o t - gt^2/2$. Obliczenia wykonaj w dwóch przypadkach: (a) $v_o = 20$ m/s i $\Delta t = 1,5$ s; (b) $v_o = 10$ m/s i $\Delta t = 2,5$ s.
- Z.3 Z przystani A, znajdującej się nad rzeką płynącą z prędkością v , wypływa w dół rzeki łódź motorowa z prędkością v_A względem wody. Z przystani B znajdującej się w dole rzeki w odległości s_o od A, wypływa także łódź motorowa z prędkością v_B w kierunku przystani A. (a) Po jakim czasie nastąpi spotkanie łodzi motorowych? (b) Jak daleko od przystani B łodzie się spotkają?
- Z.4 Z brzegu studni wyrzucono do góry kamień z prędkością v_o . Wiadomo, że ruch kamienia wyrzuconego pionowo do góry jest opisany następującym równaniem $y(t) = v_o t - gt^2/2$. (a) Po jakim czasie kamień spadnie na dno studni, jeżeli ta ma głębokość h ? (b) Oblicz wartość prędkości kamienia, w momencie uderzenia o dno studni.
- Z.5 Położenie punktu materialnego poruszającego się wzdłuż osi OX zależy od czasu zgodnie z równaniem $x(t) = 3t^2 - 2t^3$. (a) Dla pierwszych dwóch sekund ruchu wykonaj wykres zależności położenia od czasu; określ chwilę czasu w której cząstka zmieni kierunek ruchu. (b) oblicz średnią wartość prędkości oraz średnią wartość współrzędnej prędkości v_x w przedziale czasu od 0 s do 2 s ruchu. (c) Oblicz drogę jaką przebył punkt materialny od 0 s do 2 s ruchu. (d) Oblicz wartość przyspieszenia punktu materialnego w chwili czasu 1 s.
- Z.6 Wektor położenia punktu materialnego opisany jest następującym równaniem $\vec{r}(t) = A \cos(\omega t)\hat{i} + B \sin(\omega t)\hat{j}$, przy czym t - czas, natomiast ω , A , B - stałe. (a) Wyznacz równanie toru ruchu. (b) Oblicz wartość prędkości punktu w dowolnej chwili czasu. (c) Oblicz wartość przyspieszenia punktu w dowolnej chwili czasu. (d) Ile wynoszą wartości przyspieszeń stycznego i dośrodkowego? (e) Wyznacz promień krzywizny toru ruchu w funkcji czasu. (f) Oblicz drogę jaką przebywa punkt materialny w zadanym czasie t_1 .
- Z.7 Po rzece płynie łódka ze stałą prędkością $\vec{v}_p$ prostopadłą do kierunku prądu rzeki. Woda w rzece płynie, na całej szerokości rzeki, równoległe do brzegów, ale wartość jej prędkości zależy od odległości y od brzegów i dana jest wyrażeniem $v_2 = v_o \sin\left(\frac{\pi y}{L}\right)$, przy czym v_o - stałe, L - szerokość rzeki. Oblicz: (a) wartość wektora prędkości łódki względem nieruchomych brzegów; (b) kształt toru; (c) odległość na jaką prąd zniósł łódkę od punktu startu do punktu przybycia na przeciwległy brzeg.
- Z.8 Zakładamy, że naddźwiękowy samolot o napędzie odrzutowym od chwili ruszenia z miejsca na pasie startowym do momentu osiągnięcia końcowej prędkości porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem a . Po upływie czasu T od momentu ruszenia samolotu w tym samym miejscu na pasie startowym eksploduje ładunek wybuchowy. (a) Jaki warunek musi być spełniony, aby fala dźwiękowa dotarła do samolotu (zaniedbujemy efekty związane z osłabieniem energii fali ze wzrostem odległości)? (b) Wyznaczyć czas, w którym samolot i fala dźwiękowa znajdują się w tym samym punkcie przestrzeni w tej samej chwili czasu.