

Lista 2: Dynamika punktu materialnego (I)

- Zadanie 1. Na punkt materialny o masie m znajdujący się w pobliżu powierzchni Ziemi działa siła $\vec{F} = (-mg)\hat{j}$, gdzie g oznacza przyspieszenie ziemskie. Warunki początkowe ruchu są następujące: $\vec{v}(0) = (v_o \cos \alpha)\hat{i} + (v_o \sin \alpha)\hat{j}$ oraz $\vec{r}(0) = H\hat{j}$, przy czym α - kąt pomiędzy wektorem prędkości początkowej a kierunkiem osi OX . (a) Wyznacz zależność wektorów prędkości i położenia dla punktu materialnego od czasu. (b) Oblicz odległość od miejsca wyrzucenia do miejsca spotkania punktu materialnego z powierzchnią Ziemi (c) Oblicz wartość wektora prędkości punktu materialnego w chwili spotkania z powierzchnią Ziemi? Wszelkie opory ruchu pominać.
- Zadanie 2. Samolot lecący poziomo ze stałą prędkością $\vec{v}_o$ na wysokości h nad poziomem morza musi zrzucić paczkę z materiałami dla rozbitego znajdującego się na małej tratwie. (a) Wyznacz zależność wektorów prędkości i położenia dla wyrzuconej paczki od czasu. (b) W jakiej odległości od tratwy (licząc w poziomie) pilot musi zrzucić paczkę, jeśli ma ona trafić w tratwę? Wylicz odległość w przypadku, gdy $v_o = 50$ m/s, $h = 100$ m. (c) Jak duży jest przedział czasu $\pm \Delta t$, w którym pilot musi zrzucić paczkę, jeśli paczka ma wylądować w odległości najwyżej ± 10 m od tratwy? Wszelkie opory ruchu pominać.
- Zadanie 3. Ciało o masie m , znajdujące się początkowo u podnóża wzgórza, porusza się ruchem postępowym w kierunku szczytu. Kąt nachylenia wzgórza wynosi α , długość zbocza wzgórza do szczytu wynosi d . Wiadomo, że współczynnik tarcia kinetycznego pomiędzy ciałem a powierzchnią wzgórza wynosi μ . (a) Uzasadnij, że przyspieszenie w tym ruchu nie zależy od czasu ruchu. (b) Oblicz wartość prędkości początkowej jaką trzeba nadać ciału aby zatrzymało się na szczycie wzgórza. (c) Wyznacz czas po którym ciało powróci do podnóża wzgórza?
- Zadanie 4. Na gładkim blacie stołu leży sznur. Wiadomo, że $\frac{1}{4}$ długości sznura zwisa pionowo w dół. Całkowita długość sznura wynosi l . (a) Znaleźć czas, po którym cały sznur spadnie ze stołu, jeżeli w chwili $t = 0$ jego prędkość jest równa zeru. (b) Oblicz prędkość końca sznura w chwili opuszczania blatu stołu. Wszelkie opory ruchu pominać.
- Zadanie 5. Piłkę o masie m rzucono pionowo w dół z wysokości H z prędkością o wartości v_o przy powierzchni Ziemi. (a) Wyznacz zależność prędkości od czasu. Pomiń wszelkie opory ruchu. (b) Załóżmy, że w czasie ruchu działa dodatkowo siła oporu działająca na piłkę i określona jest następującym wyrażeniem $\vec{F}_{op} = -k\vec{v}$, przy czym k - stała. Wyznacz zależność wektorów: przyspieszenia, prędkości i położenia od czasu ruchu piłki.
- Zadanie 6. Samochód o masie m , poruszający się poziomo, hamowany jest siłą oporu $\vec{F}_{op} = -kv^2\vec{v}$. Jaką drogę przebędzie samochód zanim prędkość tego samochodu zmaleje do połowy? Obliczenia wykonaj dla $m = 1550$ kg, $k = 0,472$ kg/m.
- Zadanie 7. Załóżmy, że ciało o masie m uwiązane na nici o długości d porusza się po okręgu w płaszczyźnie pionowej ze stałą wartością prędkości v . Wyznacz siłę z jaką nić działa na ciało (a) w najwyższym; (b) najniższym punkcie toru ruchu. *Uwaga!* Zadanie proszę rozwiązać w inercjalnym układzie odniesienia.
- Zadanie 8. Jaki powinien być minimalny współczynnik tarcia między oponami samochodu a asfaltem, aby samochód mógł przejechać bez poślizgu zakręt o promieniu 100 m z prędkością 100 km/h? Jezdnia nachylona jest pod kątem 12° do poziomu. *Uwaga!* Zadanie proszę rozwiązać w inercjalnym układzie odniesienia.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

- Z.1 U sufitu windy mającej masę M wisi masa m . Działająca na winde siła powoduje, że porusza się ona z przyspieszeniem a skierowanym ku górze. W chwili początkowej masa m znajduje się w odległości s

- od podłogi windy. (a) Jaka jest wartość działającej siły? (b) Jakie jest napięcie sznurka na którym wisi masa m ? (c) Jeżeli sznurek nagle się zerwie, jakie będzie przyspieszenie windy natychmiast po zerwaniu? Jakie będzie przyspieszenie masy m ? (d) Po jakim czasie masa m uderzy w podłogę windy? *Uwaga!* Zadanie proszę rozwiązać w inercjalnym układzie odniesienia.
- Z.2 Dwa klocki o masach m_1 i m_2 ($m_2 < m_1$) są zawieszone na nici przerzuconej przez nieruchomy krążek. Odległość pomiędzy klockami wynosi d . Na klocek o masie m_2 położono klocek o masie m . Wyznacz: (a) przyspieszeniem, z jakim poruszają się klocki; (b) siłę nacisku klocka o masie m na klocek o masie m_2 ; (c) Po jakim czasie klocek o masie m_1 przebędzie odległość $d/2$?
- Z.3 W windzie na wadze sprężynowej stoi człowiek o masie $m = 100$ kg. Jakie jest wskazanie wagi, gdy winda porusza się: (a) za stałą prędkością w górę; (b) z przyspieszeniem $a = g/4$ w górę. Nie uwzględniaj sił oporu. *Uwaga!* Zadanie proszę rozwiązać w inercjalnym układzie odniesienia.
- Z.4 Wyznacz równanie toru ruchu elektronu poruszającego się w stałym, jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu $\vec{E}$. Wiadomo, że siła działająca na elektron wyraża się następująco $\vec{F} = (-e)E\hat{j}$ [N/C] (e -wartość ładunku elementarnego). Położenie początkowe wynosi $\vec{r}(0) = 0$ [m], prędkość początkowa $\vec{v}(0) = v_o\hat{i}$ [m/s]. Wszelkie opory ruchu pominąć.
- Z.5 Rozwiązać zagadnienie rzutu ukośnego w polu grawitacyjnym, gdy na poruszające się ciało działa siła oporu proporcjonalna do prędkości. Znaleźć równania ruchu, wysokość maksymalną i czas jej osiągnięcia.
- Z.6 Ciało o masie m porusza się wzdłuż osi OX w ośrodku, w którym działa siła oporu ruchu i można zapisać ją następująco $\vec{F}_{op}(v) = -cv^{3/2}\hat{i}$, przy czym c -stała. W chwili początkowej ciało znajduje się w początku układu, natomiast wartość prędkości początkowej wynosi v_o . Wykaż, że ciało zatrzyma się po przebyciu odległości $2m\sqrt{v_o}/c$.
- Z.7 Rozważ ruch kuli (o średnicy D i gęstości ρ_{kul}) spadającej w powietrzu (gęstość powietrza ρ_{pow}), przy założeniu kwadratowej siły oporu. (a) Wykaż, że prędkość graniczna dana jest wzorem $v_{gr} = \sqrt{\frac{8}{3}Dg\frac{\rho_{kul}}{\rho_{pow}}}$. (b) Wyznacz prędkość kuli w dowolnej chwili czasu ruchu.
- Z.8 Oblicz promień orbity stacjonarnego satelity Ziemi. *Uwaga!* Zadanie proszę rozwiązać w inercjalnym układzie odniesienia.
- Z.9 Mała kulka zawieszona na długiej nici l zatacza okrąg o promieniu R . Oblicz czas obiegu kulki po okręgu. *Uwaga!* Zadanie proszę rozwiązać w inercjalnym układzie odniesienia.