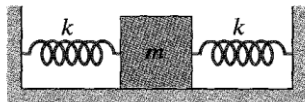


Lista 3: Dynamika punktu materialnego (II)

- Zadanie 1. Na pionowo wiszącej sprężynie zawieszono ciężarek o masie $m = 500$ g, co spowodowało wydłużenie sprężyny o $\Delta d = 1,2$ cm. Ciężarek ten wprowadzono w ruch, odciągając go w dół o $A_o = 2$ cm i puszczając. (a) Zakładając, że pomijamy wszelkie opory ruchu, wyznacz zależność położenia ciężarka od czasu ruchu. Oblicz prędkości i przyspieszenie ciężarka w funkcji czasu. Wyznacz czasy po których wartość prędkości ciężarka będzie maksymalna (odpowiedź ogranicz do pierwszego okresu). Oblicz, po upływie jakiej części pierwszego okresu ciężarek znajdzie się w położeniu $A_o/2$. (b) Zakładając, że w trakcie ruchu ciężarka działa siła oporu, oblicz wartość współczynnika tłumienia, aby drgania ustały po $t_o = 10$ s (przyjąć umownie że drgania ustają, gdy ich amplituda zmaleje do 1% wartości początkowej).
- Zadanie 2. Przypuśćmy, że można wykopać tunel wzdłuż średnicy Ziemi. (a) Wykaż, że ruch cząstki o masie m wpuszczonej do tego tunelu jest ruchem harmonicznym. Zaniedbać wszystkie siły oporu i przyjąć założenie, że Ziemia ma jednorodną gęstość. (b) Wyobraźmy sobie, że opisane wyżej zjawisko wykorzystane jest w celu doręczania poczty. Ile czasu upłynęłoby pomiędzy chwilą nadania listu na jednym końcu tunelu, a chwilą jego doręczenia na drugim końcu tunelu?
- Zadanie 3. W rurce o przekroju S zgiętej w kształcie litery "U" znajduje się słup wody o długości l , przy czym w chwili początkowej poziom wody w jednym ramieniu rurki jest wyższy niż w drugim. Jaki będzie okres drgań słupa wody (pominać siły lepkości)?
- Zadanie 4. Dwie identyczne sprężyny o stałych sprężystości k umocowano do klocka o masie m oraz do sztywnych podpór (rys. poniżej). Oblicz okres drgań klocka leżącego na podłożu, po którym może poruszać się bez tarcia.



- Zadanie 5. Punkt materialny o masie m bierze udział w dwóch drganiach prostokątnych o jednakowych częstościach. Wykaż, że ruch punktu materialnego może odbywać się po odcinku lub po elipsie lub po okręgu.
- Zadanie 6. Punkt materialny o masie m bierze udział w dwóch drganiach równoległych o jednakowych częstościach i różnicy faz wynoszącej $\Delta\varphi = 2\pi/3$. Amplitudy tych drgań wynoszą $A_1 = 3$ cm i $A_2 = 4$ cm. Znaleźć amplitudę drgania wypadkowego.
- Zadanie 7. Przedmiot o masie $m = 5$ kg przyczepiony do sprężyny, wprowadzono w ruch drgający i stwierdzono, że przy braku tłumienia wykonuje on $n = 10$ pełnych cykli w ciągu czasu $t = 10$ s. Następnie włączono tłumienie powodujące po $n = 10$ cyklach zmniejszenie amplitudy drgań od $A_1 = 20$ cm do $A_2 = 10$ cm. (a) Napisz równanie ruchu tego przedmiotu. (b) Oblicz okres drgań harmonicznym tłumionych. (c) Po ilu cyklach amplituda drgań zmaleje od $A_1 = 20$ cm do $A_3 = 5$ cm?
- Zadanie 8. Amplituda drgań wymuszonych dana jest wyrażeniem:

$$A(\omega) = \frac{F_o/m}{\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (1)$$

przy czym F_o , m , ω_o , β - stałe. (a) Wykaż, że amplituda takich drgań przyjmuje maksymalną wartość dla $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}$. (b) Wyznacz amplitudę drgań w rezonansie. (c) Wiadomo, że przy częstościach siły wymuszającej $\omega_1 = 0,99$ s⁻¹ i $\omega_2 = 1,01$ s⁻¹ amplituda drgań oscylatora harmonicznego równa jest połowie maksymalnej wartości. Oblicz częstość odpowiadającą rezonansowi.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

- Z.1 Na pionowo wiszącej sprężynie zawieszono ciężarek o masie $m = 500$ g, co spowodowało wydłużenie sprężyny o $\Delta d = 1,2$ cm. Ciężarek ten wprowadzono w ruch, odciągając go w dół o $A = 2$ cm i nadając prędkość $v = 10$ cm/s. Zakładając, że pomijamy wszelkie opory ruchu, wyznacz zależność położenia ciężarka od czasu ruchu. Oblicz prędkości i przyspieszenie ciężarka w funkcji czasu. Wyznacz czasy po których prędkość ciężarka będzie maksymalna. Oblicz, po upływie jakiej części okresu ciężarek znajdzie się w położeniu $A/2$.
- Z.2 Wahadło matematyczne jest wykonane z linki o długości $l = 1$ m na końcu której przymocowano masę $m = 100$ g. Wahadło matematyczne wychylono o niewielki kąt, w ten sposób jego ruch jest ruchem harmonicznym. (a) Wyprowadź wzór na okres drgań wahadła matematycznego. (b) Oblicz okres drgań wahadła matematycznego. (c) O ile zmieni się okres drgań, jeśli długość wahadła zwiększymy dwukrotnie? Przyjmij, że $g = 9,81$ m/s².
- Z.3 Areometr o ciężarze $P = 2$ N pływa w cieczy. Gdy zanurzy się go w cieczy i puści, zacznie wykonywać drgania z okresem $T = 3,4$ s. Przyjmując, że drgania są niel tłumione, znaleźć gęstość cieczy, w której pływa areometr. Średnica pionowej walcowej rurki areometru $d = 1$ cm.
- Z.4 Dwie cząstki A i B wykonują drgania harmoniczne o takiej samej amplitudzie $A = 10$ cm wzdłuż tej samej linii prostej. Częstotliwości kołowe cząstek są odpowiednio równe $\omega_A = 20$ s⁻¹ i $\omega_B = 21$ s⁻¹. W chwili $t = 0$ s obie cząstki mijają punkt $x = 0$ m poruszając się w dodatnim kierunku osi OX . Fazy początkowe obu drgań są identyczne. (a) W jakiej odległości od siebie będą się znajdowały cząstki w chwili $t_1 = 0,35$ s? (b) Oblicz prędkość cząstki B względem A w chwili $t_1 = 0,35$ s.
- Z.5 Punkt porusza się pod wpływem dwóch prostopadłych drgań składowych. Obliczyć trajektorie w następujących przypadkach: (a) $x(t) = 2\sin(\pi t)$, $y(t) = \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$; (b) $x(t) = 2\cos(\omega t)$, $x(t) = 2\sin(\omega t)$.
- Z.6 Jak zmieni się okres drgań pionowych ciała o masie m wiszącego na dwóch jednakowych sprężynach, gdy połączenie szeregowo sprężyn zostanie zastąpione połączeniem równoległym?
- Z.7 Na pionowo wiszącej sprężynie zawieszono ciężarek, co spowodowało wydłużenie sprężyny o $9,8$ cm. Ciężarek ten wprowadzono w drgania, odciągając go w dół i puszczając. Jaką wartość powinien mieć współczynnik tłumienia, aby: (a) drgania ustały po 10 s (przyjąć umownie, że drgania ustają, gdy ich amplituda zmaleje do 1% wartości początkowej); (b) ciężarek powrócił aperiodycznie do położenia równowagi; (c) logarytmiczny dekrement tłumienia był równy $\lambda = 6$?
- Z.8 Po drodze gruntowej przejechał ciągnik pozostawiając ślady w postaci wgłębień w odległości $l = 30$ cm od siebie. Po tej drodze przejechał wózek dziecienny o ciężarze $F_g = 100$ N, mający dwa resory, każdy resor ugina się o $\Delta s = 2$ cm pod wpływem siły $N = 10$. Z jaką prędkością jechał wózek, jeżeli wskutek wstrząsów wpadł w rezonans?