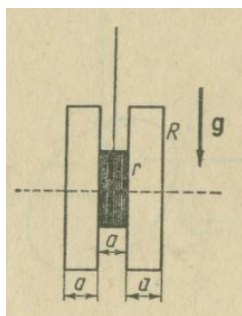
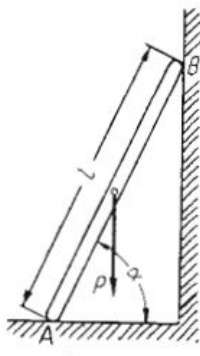


Lista 4: Ruch układu punktów materialnych i bryły sztywnej

- Zadanie 1. Studenci o masach $m_1 = 77$ kg i $m_2 = 63$ kg, stojący na łyżwach na lodowisku w odległości $l = 7$ m od siebie, trzymają końce napiętej linki równoległe do powierzchni lodowiska. (a) Przyjmując, że student m_1 znajduje się w początku układu współrzędnych oraz że linka jest nieważka, oblicz współrzędne środka masy studentów. (b) W pewnej chwili student o mniejszej masie zaczyna ciągnąć za koniec linki. Czy położenie środka masy układu ulegnie zmianie? (Pomijamy wszelkie opory ruchu.) Oblicz, jaką drogę przebędzie lżejszy student od startu do zderzenia z kolegą. (c) Oblicz wartości przyspieszeń studentów podczas ich ruchu w układzie odniesienia związanym z lodowiskiem, jeśli siła napięcia linki miała stałą wartość równą $F = 90$ N. (d) Oblicz (w układzie lodowiska) maksymalną szybkość każdego ze studentów tuż przed zderzeniem. (e) Ile wyniosą wartości przyspieszeń studentów, jeśli współczynnik tarcia kinetycznego między łyżwami a lodem wynosi $f_k = 0,04$. (f) Czy w przypadku występowania tarcia pęd układu studentów podczas poruszania się będzie ulegał zmianie? Uzasadnij odpowiedź.
- Zadanie 2. Wyznacz położenie środka masy stożka prostego o wysokości h , promieniu podstawy r i masie m .
- Zadanie 3. Człowiek przechodzi z rufy łódki na dziób. Na jaką odległość łódka przemieści się? Masa łódki $M = 100$ kg, a jej długość $l = 5$ m. Masa człowieka $m = 75$ kg. Siły oporu między łódką a wodą są pomijane.
- Zadanie 4. W momencie kiedy prędkość pocisku, na pewnej wysokości od powierzchni Ziemi, miała wartość v_o i była skierowana poziomo, pocisk ten eksplodował i rozpadł się na dwa fragmenty o równej masie. Stwierdzono, że tuż po eksplozji jeden z fragmentów poruszał się dokładnie w kierunku pionowym w dół z prędkością o wartości v_o . Oblicz wartość prędkości drugiego fragmentu?
- Zadanie 5. Wózek z piaskiem porusza się po poziomej płaszczyźnie pod wpływem stałej siły o wartości F , której kierunek jest zgodny z kierunkiem jego prędkości. Piasek wysypuje się przez otwór w dnie ze stałą wartością prędkością μ [kg/s]. Oblicz prędkość wózka w dowolnej chwili czasu ruchu, jeśli w chwili $t = 0$ s wózek posiadał masę M_o , a jego prędkość była równa zeru. Zaniebagać tarcie i opór powietrza.
- Zadanie 6. Koło o promieniu $r = 50$ cm i masie $m = 5$ kg toczy się bez poślizgu, przy czym środek masy porusza się ze stałą prędkością liniową $v_o = 5$ m/s po prostym odcinku toru. Znaleźć chwilową prędkość punktu styczności z powierzchnią po której toczy się koło.
- Zadanie 7. Kula o masie $M = 2$ kg i promieniu $R = 30$ cm stacza się (bez poślizgu) po równi pochyłej o długości $d = 3$ m i kącie nachylenia $\alpha = 30^\circ$. W chwili początkowej kula znajduje się w spoczynku. (a) Oblicz wartość prędkości liniowej środka masy kuli przy podstawie równi. (b) Jaki warunek musi spełniać siła tarcia aby odbywało się toczenie?



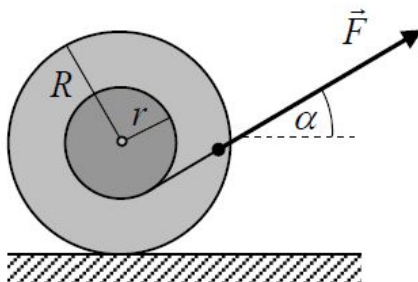
- Zadanie 8. Na szpulkę złożoną z dwóch krążków o promieniu R i mniejszego o promieniu r , każdy o grubości a i gęstości ρ , nawinięto nieważką i nieskończenie cienką nitkę (jo-jo, rys. powyżej). Trzymając za wolny koniec nitki, puszczaamy szpulkę. Obliczyć przyspieszenie środka ciężkości szpulki.
- Zadanie 9. Wahadło składa się z jednorodnego pręta o długości $d = 100$ cm i masie $m = 500$ g oraz krążka (umieszczonego na końcu pręta) o promieniu $r = d/10$ i masie $m = 500$ g. (a) Oblicz moment bezwładności wahadła względem punktu zawieszenia, który znajduje się na końcu pręta (po przeciwnej stronie umieszczonego krążka). (b) Wyznacz odległość między punktem zawieszenia a środkiem masy wahadła. (c) Pokaż, że w przypadku niewielkich kątów o jakie odchylamy to wahadło od położenia równowagi mamy do czynienia z drganiami harmonicznymi. Następnie rozwiąż równanie ruchu tego wahadła, przyjmując warunki początkowe: $\alpha(0) = \frac{\pi}{60}$ [rad], $\omega(0) = 0$ [rad/s]. (d) Oblicz okres drgań wahadła.
- Zadanie 10. Przez blok zawieszony na poziomej osi, doczepionej sztywno do sufitu, przezucono nić do której końców przymocowano ciężarki o masach $m_1 = 300$ g i $m_2 = 200$ g. Cięższy ciężarek znajduje się o $d = 50$ cm wyżej niż lżejszy. Masa bloku $m_o = 300$ g. Przyjmij, że blok jest jednorodnym walcem o promieniu $r = 10$ cm. (a) Oblicz przyspieszenie liniowe ciężarków. (b) Oblicz przyspieszenie katowe bloczka. (c) Wyznacz wypadkowy moment siły jaki działa na blok (tzn. określ jego wartość, kierunek i zwrot). (d) Oblicz wartość prędkości katowej z jaką obraca się blok, jeśli masa m_1 przemieści się na odległość d . Początkowo blok się nie porusza.
- Zadanie 11. Łyżwiarka figurowa wykonując piruet rozłożyła ręce, co zwiększyło jej moment bezwładności o 40%. Jak zmieniła się jej prędkość katowa ruchu obrotowego?
- Zadanie 12. Na brzegu poziomo ustawionej tarczy o momencie bezwładności I_o (względem osi pionowej przechodzącej przez środek tarczy) i promieniu r znajduje się człowiek o masie m . Obliczyć prędkość katową tarczy, gdy człowiek zacznie się poruszać wzdłuż jej brzegu z prędkością v względem niej.
- Zadanie 13. Płyta AB o długości $l = 3$ m i masie m opiera się o ścianę (rys. poniżej). Współczynnik tarcia poślizgowego pomiędzy płytą i podłogą wynosi $f_1 = 0,4$, a między płytą a ścianą $f_2 = 0,5$. Wyznaczyć najmniejszy kąt, przy którym płyta zachowa równowagę, a także wartości siły nacisku płyty na podłogę i ścianę.



Zadania do samodzielnego rozwiązania

- Z.1 Wyznacz moment bezwładności stożka prostego o wysokości h , promieniu podstawy r i masie m .
- Z.2 (*) Kwadrat o boku $2a$ leżący w płaszczyźnie $z = 0$ ma w swoich rogach naprzemiennie ułożone masy m_1 i m_2 . (a) Oblicz współrzędne środka masy tego układu mas. (b) Oblicz składowe tensora bezwładności względem osi OX, OY, OZ. (c) Sprowadź ten tensor na osie główne.
- Z.3 Do końca nici nawiniętej na bęben o masie $M = 1,5$ kg i promieniu $R = 10$ cm przywiązano ciężar o masie $m = 0,5$ kg. Wyznaczyć moment bezwładności obracającego się bębna, jeżeli opuszczający się ciężar porusza się ze stałym przyspieszeniem $a = 1$ m/s².

- Z.4 Na wydrążony walec o cienkich ściankach nawinięto nić, której wolny koniec przymocowano do sufitu. Walec odkręca się z nici pod działaniem własnego ciężaru. Obliczyć przyspieszenie walca i siłę napięcia nici, jeżeli masę i grubość nici można zaniedbać. Początkowa długość nici jest dużo większa od promienia walca.
- Z.5 Nić, nawiniętą na szpulę o masie m i momencie bezwładności I_o , ciągniemy z siłą F skierowaną pod kątem α do poziomu. W którą stronę i z jakim przyspieszeniem porusza się szpula? Ile wynosi siła tarcia szpuli o podłoże? Przy jakiej wartości siły F szpula będzie się ślizgać po stole? Promień zewnętrzny i wewnętrzny szpuli wynosi odpowiednio R i r . Współczynnik tarcia szpuli o podłoże wynosi μ .



- Z.6 Zabawka *jojo* zbudowana jest z poziomego, jednorodnego, masywnego walca o promieniu R i masie m na końcach (obu) którego przymocowano nieważkie krążki o promieniu $r > R$ tak, że ich osie pokrywają się z osią walca. Na walec nawinięto nieważką nić w taki sposób, że nić może się swobodnie odwijać, gdy walec został na nich zawieszony tuż ponad powierzchnią Ziemi. Znaleźć przyspieszenie z jakim zawieszony walec opuszcza się w trakcie odwijania nici. Znaleźć prędkość kątową do jakiej rozpędzi się nieruchomy początkowo walec opuszczając się z wysokości H oraz prędkość środka masy, jaką wtedy uzyska.
- Z.7 Na poziomo wirującym pręcie o masie M , przez środek którego przechodzi prostopadle do ziemi oś, siedzi małpka o masie m . Pręt ma długość L i wiruje z prędkością kątową ω_1 . Jaka będzie prędkość kątowa po przejściu małpki do środka?
- Z.8 Ciężka wąska deska o długości $l = 50$ cm i masie $M = 60$ kg może swobodnie obracać się wokół poziomej osi O sztywno umocowanej, przechodzącej przez jeden z jej końców. W drugi koniec uderza kula o masie $m = 10$ g lecąca poziomo z prędkością $v = 400$ m/s, prostopadle do osi obrotu. Kula grzęźnie w desce. Oblicz prędkość kątową deski zaraz po uderzeniu kuli.
- Z.9 (*) Przykładem ruchu obrotowego, w którym oś obrotu nie jest nieruchomą w inercjalnym układzie odniesienia jest bąk wirujący dookoła pewnej osi symetrii. Z doświadczenia wiemy, że oś wirującego bąka porusza się dookoła osi pionowej, zakreślając powierzchnię stożka. Takie zjawisko nazywamy *precesją wymuszoną*. Wyznacz prędkość kątową precesji.